COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 2 DÉCEMBRE 1844.

PRÉSIDENCE DE M. CHARLES DUPIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Mémoire sur quelques formules relatives aux différences finies; par* M. **Augustin Cauchy.**

« Les équations symboliques offrent un moyen facile d'obtenir un grand nombre de formules relatives au calcul des différences finies et de développer les fonctions en séries. Lorsque les développements ainsi obtenus se trouvent composés d'un nombre fini de termes, le théorème fondamental, relatif à la multiplication des lettres caractéristiques, suffit ordinairement pour prouver que ces développements représentent les fonctions elles-mêmes. Mais, lorsque les développements s'étendent à l'infini, les formules obtenues, comme je l'ai dit ailleurs, ne se trouvent plus établies que par induction, et ne subsistent plus que sous certaines conditions déterminées. Or, ces conditions se réduisent, dans un grand nombre de cas, à celles qui expriment que les séries demeurent convergentes. C'est ce que l'on peut démontrer en particulier, comme on le verra dans le présent Mémoire, à l'égard de quelques formules remarquables, dont l'une a été donnée par Maclaurin, et sert à développer une intégrale aux différences finies en une série dont le premier terme est une intégrale aux différences infiniment petites.

ANALYSE.

§ Ier. — *Considérations générales.*

» Soient $f(x)$ une fonction donnée de la variable x, et

$$\Delta x = h$$

la différence finie de cette variable. L'équation

$$f(x+h) = f(x) + \Delta f(x)$$

pourra être présentée sous la forme symbolique

$$f(x+h) = (1+\Delta) f(x), \tag{1}$$

et l'on tirera de cette dernière formule

$$f(x+mh) = (1+\Delta)^m f(x), \tag{2}$$

m étant un nombre entier quelconque. D'ailleurs, si l'on représente par la lettre Δ non plus une caractéristique, mais une véritable quantité, on aura identiquement

$$(1+\Delta)^m = 1 + \frac{m}{1}\Delta + \frac{m(m-1)}{1.2}\Delta^2 + \ldots, \tag{3}$$

$$\left\{\begin{aligned} 1 &= (1+\Delta-\Delta)^m \\ &= (1+\Delta)^m - \frac{m}{1}\Delta(1+\Delta)^{m-1} + \frac{m(m-1)}{1.2}\Delta^2(1+\Delta)^{m-2} - \ldots; \end{aligned}\right. \tag{4}$$

et, suivant un *théorème fondamental* facile à établir, *les règles relatives à la multiplication des lettres caractéristiques ne diffèrent pas des règles relatives à la multiplication des quantités.* Donc, les formules (3), (4) continueront de subsister si Δ, au lieu de représenter une quantité, est une lettre caractéristique et indique une différence finie; de sorte qu'on aura encore

$$(1+\Delta)^m f(x) = \left(1 + \frac{m}{1}\Delta + \frac{m(m-1)}{1.2}\Delta^2 + \ldots\right) f(x), \tag{5}$$

et

$$f(x) = \left[(1+\Delta)^m - \frac{m}{1}\Delta(1+\Delta)^{m-1} + \frac{m(m-1)}{1.2}\Delta^2(1+\Delta)^{m-2} - \ldots\right] f(x), \tag{6}$$

ou, ce qui revient au même,

$$(7) \qquad f(x+mh) = f(x) + \frac{m}{1}\Delta f(x) + \frac{m(m-1)}{1.2}\Delta^2 f(x) + \ldots,$$

$$(8) \quad f(x) = f(x+mh) - \frac{m}{1}\Delta f(x+\overline{m-1}h) + \frac{m(m-1)}{1.2}\Delta^2 f(x+\overline{m-2}h) - \ldots.$$

Ajoutons que si l'on remplace x par $x - mh$ dans la formule (8), on en tirera

$$(9) \qquad f(x-mh) = f(x) - \frac{m}{1}\Delta f(x-h) + \frac{m(m-1)}{1.2}\Delta^2 f(x-2h) + \ldots.$$

Ainsi, le théorème fondamental, relatif à la multiplication des lettres caractéristiques fournit immédiatement les formules (7), (8), (9), qui coïncident avec celles qu'on obtient lorsqu'on développe suivant les puissances ascendantes de Δ les binômes

$$(1+\Delta)^m, \quad (\overline{1+\Delta} - \Delta)^m, \quad \left(1 - \frac{\Delta}{1+\Delta}\right)^m,$$

dans les seconds membres des équations symboliques

$$f(x+mh) = (1+\Delta)^m f(x),$$
$$f(x) = (\overline{1+\Delta} - \Delta)^m f(x),$$
$$f(x-mh) = \left(1 - \frac{\Delta}{1+\Delta}\right)^m f(x),$$

dont la dernière peut être réduite à

$$f(x-mh) = (1+\Delta)^{-m} f(x).$$

Remarquons, d'ailleurs, que celle-ci est précisément celle en laquelle se transforme l'équation (2), quand on remplace m par $-m$.

» On pourrait encore, du théorème fondamental que nous venons de rappeler, déduire un grand nombre de formules déjà connues pour la plupart, et en particulier la suivante

$$\Delta^m [\varphi(x)\chi(x)] =$$
$$\Delta^m \varphi(x) + \frac{m}{1}\Delta\chi(x)\Delta^{m-1}\varphi(x+h) + \frac{m(m-1)}{1.2}\Delta^2\chi(x)\Delta^{m-2}\varphi(x+2h) + \ldots,$$

qui, lorsqu'on passe des différences finies aux différences infiniment petites,

reproduit l'équation

$$D^m(uv) = u D^m v + \frac{m}{1} Du D^{m-1} v + \frac{m(m-1)}{1.2} D^2 u D^{m-2} v + \dots.$$

» Concevons maintenant que, dans les formules (7), (8), (9), m devienne négatif; ou, ce qui revient au même, concevons que l'on remplace dans ces formules m par $-m$. Alors les formules (7) et (9) deviendront

$$(10) \quad f(x-mh) = f(x) - \frac{m}{1} \Delta f(x) + \frac{m(m+1)}{1.2} \Delta^2 f(x) - \dots,$$

$$(11) \quad f(x+mh) = f(x) + \frac{m}{1} \Delta f(x-h) + \frac{m(m+1)}{1.2} \Delta^2 f(x-2h) + \dots;$$

et les séries comprises dans leurs seconds membres seront, pour des valeurs positives de m, composées d'un nombre infini de termes. Ainsi, par exemple, pour $m=1$, la formule (11) donnera

$$(12) \qquad f(x-h) = f(x) - \Delta f(x) + \Delta^2 f(x) - \Delta^3 f(x) + \dots.$$

Cela posé, les formules (10) et (11) ne pourront évidemment subsister qu'autant que les séries comprises dans leurs seconds membres seront convergentes. J'ajoute que, sous cette condition, elles subsisteront toujours. Effectivement, supposons convergente la série comprise dans le second membre de l'une de ces formules, par exemple de la formule (10); et représentons par $\varphi(x)$ la somme de cette série, en sorte qu'on ait

$$(13) \qquad \varphi(x) = f(x) - \frac{m}{1} \Delta f(x) + \frac{m(m+1)}{1.2} \Delta^2 f(x) - \text{etc.}$$

On en conclura

$$\varphi(x+mh) = f(x+mh) - \frac{m}{1} \Delta f(x+mh) + \dots,$$

ou, ce qui revient au même,

$$\varphi(x+mh) = (1+\Delta)^m \left[1 - \frac{m}{1}\Delta + \frac{m(m+1)}{1.2}\Delta^2 - \dots\right] f(x).$$

Mais, en vertu du théorème fondamental ci-dessus rappelé, on a identiquement

$$(1+\Delta)^m \left[1 - \frac{m}{1}\Delta + \frac{m(m+1)}{1.2}\Delta^2 - \dots\right] = (1+\Delta)^m (1+\Delta)^{-m} = 1.$$

Donc, on aura en définitive

$$\varphi(x+mh)=\mathrm{f}(x),$$

et par suite

$$\varphi(x)=\mathrm{f}(x-mh);$$

en sorte que l'équation (13) pourra être réduite à la formule (10). On démontrerait, de la même manière, que la formule (11) est toujours exacte dans le cas où la série que renferme le second membre de cette formule est convergente.

» Des remarques analogues peuvent être appliquées aux équations déduites des formules symboliques propres à représenter les intégrales des équations linéaires aux différences finies. Entrons, à ce sujet, dans quelques détails.

» Si l'on désigne par $F(\Delta)$ une fonction entière de Δ, puis par $\mathrm{f}(x)$ et par u deux fonctions, l'une connue, l'autre inconnue de la variable x; une équation linéaire aux différences finies et à coefficients constants, entre u et x, pourra être présentée sous la forme symbolique

(14) $$F(\Delta)\,u=\mathrm{f}(x).$$

De cette dernière équation, résolue symboliquement, on tirera

(15) $$u=\frac{\mathrm{f}(x)}{F(\Delta)}.$$

D'ailleurs la formule de Taylor donne

$$\Delta\,\mathrm{f}(x)=(e^{hD}-1)\,\mathrm{f}(x),$$

ou, ce qui revient au même,

$$\Delta=e^{hD-1}.$$

Donc l'équation (6) peut s'écrire comme il suit

(16) $$u=\frac{\mathrm{f}(x)}{F(e^{hD}-1)}.$$

Ce n'est pas tout : si, en nommant x^m la plus haute puissance de x qui divise algébriquement la fonction $F(x)$, on représente par

$$k_{-m}x^{-m}+k_{-m+1}x^{-m+1}+\ldots+k_{-1}x^{-1}+k_0x^0+k_1x+k_2x^2+\text{etc}\ldots$$

le développement du rapport

$$\frac{1}{F(e^x - 1)}$$

suivant les puissances ascendantes de x, la formule (16) se trouvera réduite à la suivante

$$(17) \quad \begin{aligned} u = k_0 + k_1 h\mathrm{D}\,f(x) + k_2 h^2 \mathrm{D}^2 f(x) + \ldots \\ + k_{-1} h^{-1} \mathrm{D}^{-1} f(x) + k_{-2} h^{-2} \mathrm{D}^{-2} f(x) \ldots + k_{-m} h^{-m} \mathrm{D}^{-m} f(x), \end{aligned}$$

dans laquelle on aura

$$\mathrm{D}^{-1} f(x) = \int f(x)\,dx, \quad \mathrm{D}^{-2} f(x) = \int\int f(x)\,dx^2, \text{ etc.}$$

Il est donc à présumer que la formule (17) fournira, du moins sous certaines conditions, une intégrale particulière de l'équation (16); et l'on peut observer encore que, s'il en est ainsi, on déduira aisément de cette intégrale particulière l'intégrale générale de l'équation (16), en ajoutant à l'intégrale particulière dont il s'agit l'intégrale générale de l'équation linéaire

$$F(\Delta)u = 0.$$

Mais il importe de rechercher quelles sont précisément les conditions sous lesquelles subsistera la formule (17), et de prouver que ces conditions se réduisent à celles qui expriment que la série comprise dans le second membre est convergente. Pour montrer comment l'on peut y parvenir, examinons en particulier le cas où l'on a simplement

$$F(\Delta) = \Delta.$$

Alors la formule (14) se trouvera réduite à l'équation

$$(18) \qquad \Delta u = f(x),$$

dont l'intégrale générale sera

$$u = \Sigma f(x).$$

De plus, la formule (16) deviendra

$$u = \frac{f(x)}{e^{h\mathrm{D}} - 1},$$

et comme on a, pour un module de x inférieur à 2π,

$$\frac{1}{e^x - 1} = \frac{1}{x} - \frac{1}{2} + \frac{c_1}{1.2} x - \frac{c_2}{1.2.3.4} x^2 + \ldots,$$

$c_1, c_2, c_3, \ldots$ désignant les nombres de Bernoulli, c'est-à-dire les rapports

$$\frac{1}{6}, \frac{1}{30}, \frac{1}{42}, \ldots,$$

l'équation (17) se réduira simplement à la suivante :

$$(19)\quad u = h^{-1}\int f(x)\,dx - \tfrac{1}{2}f(x) + \frac{c_1}{1.2} h\mathrm{D}f(x) - \frac{c_2}{1.2.3.4} h^2 \mathrm{D}^2 f(x) + \ldots.$$

D'ailleurs, pour que l'équation (19) subsiste, il sera d'abord nécessaire que la série comprise dans son second membre demeure convergente; et comme le module de cette série ne différera pas du module de celle qui aurait pour terme général

$$\left(\frac{h}{2\pi}\right)^n \mathrm{D}^n f(x),$$

il est clair que la convergence de la série comprise dans le second membre de l'équation (19) entraînera la convergence du développement de $f(x+z)$ pour une valeur quelconque de z. Donc l'équation (19) ne peut subsister que dans le cas où $f(x+z)$ est toujours développable suivant les puissances ascendantes de z, et par conséquent dans le cas où $f(x)$ est une fonction toujours continue de la variable x. J'ajoute que, dans ce même cas, la valeur de u, donnée par la formule (19), représentera nécessairement une intégrale particulière de l'équation (18). En effet, on tirera de cette équation

$$(20)\quad \Delta u = h^{-1}\int_x^{x+h} f(z)dz - \frac{1}{2}\Delta f(x) + \frac{c_1}{1.2} h\Delta\mathrm{D}f(x) - \frac{c_2}{1.2.3.4} h^2\Delta\mathrm{D}^2 f(x) + \ldots,$$

les valeurs de $\Delta f(x)$, $\Delta\mathrm{D}f(x), \ldots$ étant

$$\Delta f(x) = f(x+h) - f(x), \quad \Delta\mathrm{D}f(x) = \mathrm{D}f(x+h) - \mathrm{D}f(x), \ldots$$

Or, dans l'hypothèse admise, le second membre de la formule (20) sera une fonction toujours continue de h. On pourra donc développer ce second membre en une série convergente ordonnée suivant les puissances ascendantes

de h; et, si l'on représente par

$$k_0,\quad k_1 h,\quad k_2 h^2, \ldots$$

le développement ainsi obtenu, on aura identiquement,

$$(21)\quad \begin{cases} \Delta u = k_0 + k_1 h + k_2 h^2 + \ldots = \int_x^{x+h} \mathrm{f}(z)\,dz \\ -\frac{1}{2}[\mathrm{f}(x+h) - \mathrm{f}(x)] + \frac{c_1}{1.2} h [\mathrm{D}\,\mathrm{f}(x+h) - \mathrm{D}\,\mathrm{f}(x)] + \ldots . \end{cases}$$

Si maintenant on différentie plusieurs fois de suite par rapport à la quantité h l'équation (21), et si l'on pose après les différentiations $h = 0$, alors, en ayant égard aux propriétés connues des nombres de Bernoulli, on tirera des formules (20) et (21)

$$k_0 = \mathrm{f}(x),\quad k_1 = 0,\quad k_2 = 0, \text{ etc.}$$

On arriverait aussi à la même conclusion en observant que le développement du rapport

$$\frac{\Delta}{e^{h\mathrm{D}} - 1} = (e^{h\mathrm{D}} - 1)\,(e^{h\mathrm{D}} - 1)^{-1},$$

suivant les puissances ascendantes de h, doit se réduire identiquement à l'unité. Donc l'équation (21) donnera simplement

$$\Delta u = \mathrm{f}(x).$$

Donc, lorsque la série comprise dans le second membre de la formule (19) sera convergente, la valeur de u, donnée par cette formule, sera une intégrale particulière de l'équation (18), et l'intégrale générale de la même équation sera

$$(22)\qquad \Sigma \mathrm{F}(x) = u + \Pi(x),$$

$\Pi(x)$ désignant une fonction périodique qui ne change pas de valeur quand la variable x reçoit un accroissement représenté par h.

§ II. — *Application des formules établies dans le premier paragraphe.*

» Si l'on suppose que la fonction jusqu'ici désignée par $\mathrm{f}(x)$ se réduise à l'exponentielle

$$e^{ax},$$

a désignant une quantité constante, on reconnaîtra que dans ce cas la formule de Maclaurin, c'est-à-dire la formule (19) du § Ier, subsiste pour un module de h inférieur au module de $\frac{2\pi}{a}$. De plus, dans la même hypothèse, les formules (10) et (11) du § Ier subsisteront, la première pour un module de $e^{ah}-1$ inférieur à l'unité, la seconde pour un module de $e^{-ah}-1$ inférieur à l'unité.

» Concevons maintenant que l'on pose $\Delta x = 1$, et de plus

$$(1) \qquad \mathrm{f}(x) = \frac{\Gamma(a+x)}{\Gamma(a-b)\Gamma(b+x+1)}.$$

Alors, en ayant égard à la formule connue

$$\Gamma(x+1) = x\,\Gamma(x),$$

on trouvera

$$(2) \qquad \Delta\,\mathrm{f}(x) = \frac{\Gamma(a+x)}{\Gamma(a-b-1)\Gamma(b+x+2)},$$

et généralement, pour une valeur quelconque du nombre entier n,

$$(3) \qquad \Delta^n\,\mathrm{f}(x) = \frac{\Gamma(a+x)}{\Gamma(a-b-n)\Gamma(b+x+n+1)}.$$

Enfin, eu égard à l'équation

$$\Gamma(x)\Gamma(1-x) = \frac{\pi}{\sin \pi x},$$

qui subsiste pour une valeur quelconque de x, on pourra réduire la formule (3) à celle-ci :

$$(4) \qquad \Delta^n\,\mathrm{f}(x) = (-1)^n \frac{\pi}{\sin(a-b)\pi} \frac{\Gamma(a+x)\Gamma(n-a+b+1)}{\Gamma(n+x+b+1)}.$$

D'autre part, $h = \Delta x$ étant réduit à l'unité, les formules (10) et (11) du § Ier donneront

$$(5) \qquad \mathrm{f}(x-m) = \mathrm{f}(x) - \frac{m}{1}\Delta\,\mathrm{f}(x) + \frac{m(m+1)}{1.2}\Delta^2\,\mathrm{f}(x) - \ldots,$$

$$(6) \qquad \mathrm{f}(x+m) = \mathrm{f}(x) + \frac{m}{1}\Delta\,\mathrm{f}(x-1) + \frac{m(m+1)}{1.2}\Delta^2\,\mathrm{f}(x-2)\ldots.$$

Or, dans le second membre de l'équation (5), le terme général sera

$$(-1)^n \frac{m(m+1)\ldots(m+n-1)}{1.2\ldots n} \Delta^n f(x) = (-1)^n \frac{\Gamma(m+n)}{\Gamma(m)\Gamma(n+1)} \Delta^n f(x).$$

Donc, eu égard à la formule (4), ce terme général ne différera pas du produit

$$\frac{\pi}{\sin(a-b)\pi} \frac{\Gamma(a+x)}{\Gamma(m)} \frac{\Gamma(n+m)}{\Gamma(n+1)} \frac{\Gamma(n-a+b+1)}{\Gamma(n+x+b+1)},$$

qui, considéré comme fonction de n, est proportionnel au suivant

$$\frac{\Gamma(n+m)}{\Gamma(n+1)} \frac{\Gamma(n-a+b+1)}{\Gamma(n+x+b+1)}.$$

D'ailleurs, pour de grandes valeurs de n, on a sensiblement

$$\frac{\Gamma(n+a)}{\Gamma(n+b)} = n^{a-b},$$

$$\frac{\Gamma(n+m)}{\Gamma(n+1)} \frac{\Gamma(n-a+b+1)}{\Gamma(n+x+b+1)} = n^{m-a-x-1};$$

et la série qui a pour terme général la quantité

$$n^{m-a-x-1}$$

est convergente ou divergente, suivant que l'on a

$$m-a-x<0$$

ou

$$m-a-x>0.$$

Donc, dans l'hypothèse admise, la série que renferme le second membre de l'équation (5) sera elle-même convergente ou divergente, et la formule (5) sera ou ne sera pas vérifiée, suivant que la différence $m-a-x$ sera inférieure ou supérieure à l'unité, c'est-à-dire suivant que l'on aura

$$x > m-a,$$

ou

$$x < m-a.$$

» Si de la formule (5) on passe à la formule (6), alors, à la place de l'é-

quation (3) on obtiendra la suivante

$$(7) \qquad \Delta^n \mathrm{f}(x-n) = \frac{\Gamma(a+x-n)}{\Gamma(a-b-n)\,\Gamma(b+x+1)},$$

que l'on pourra réduire à

$$(8) \qquad \Delta^n \mathrm{f}(x-n) = \frac{\sin(a+x)\pi}{\sin(a-b)\pi}\,\frac{\Gamma(n-a+b+1)}{\Gamma(b+x+1)\,\Gamma(n-a-x+1)},$$

et par suite la formule (6) sera ou ne sera pas vérifiée, suivant que la quantité

$$m+b+x-1$$

sera inférieure ou supérieure à -1, c'est-à-dire en d'autres termes, suivant que l'on aura

$$x+m+b<0,$$

ou

$$x+m+b>0.$$

» Concevons maintenant que dans la formule (1) on pose

$$a=s, \quad b=0,$$

et que l'on prenne pour valeur de x un nombre entier; alors la fonction $\mathrm{f}(x)$ se réduira simplement à la valeur de $[s]_x$, déterminée par la formule

$$[s]_x = \frac{s(s+1)\ldots(s+x-1)}{1.2\ldots x},$$

et l'équation (5) donnera

$$(9) \qquad [s]_{x-m} = [s]_x - \frac{m}{1}\Delta[s]_x + \frac{n(m-1)}{1.2}\Delta^2[s]_x - \text{etc.}$$

De plus, comme on tirera de la formule (2)

$$\Delta^n[s]_x = [s-n]_{x+n},$$

la formule (9) se réduira simplement à la suivante :

$$(10) \qquad [s]_{x-m} = [s]_x - \frac{m}{1}[s-1]_{x+1} + \frac{m(m+1)}{1.2}[s-2]_{x+2} - \ldots.$$

Enfin, d'après ce qui a été dit ci-dessus, la formule (10) sera ou ne sera pas

vérifiée, suivant que l'on aura

$$x > m - s,$$

ou

$$x < m - s.$$

Ajoutons que si l'on remplace m par $-m$, on tirera des formules (5) et (6), quelle que soit la valeur entière de x,

$$(11) \left\{ \begin{array}{l} [s]_{x+m} = [s]_x + \frac{m}{1}[s-1]_{x+1} + \frac{m(m-1)}{1.2}[s-2]_{x+2} + \ldots, \\ \text{et} \\ [s]_{x-m} = [s]_x - \frac{m}{1}[s-1]_x + \frac{m(m-1)}{1.2}[s-2]_x - \text{etc.} \ldots \text{ »} \end{array} \right.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Mémoire sur plusieurs nouvelles formules qui sont relatives au développement des fonctions en séries; par* M. AUGUSTIN CAUCHY.

« J'ai donné, dans la dernière séance, une nouvelle formule générale qui se rapporte au développement des fonctions en séries; j'ai reconnu depuis que cette nouvelle formule peut être transformée en deux autres tout aussi générales, mais plus simples encore, qui s'appliquent avec beaucoup d'avantage aux calculs astronomiques. J'ai d'ailleurs trouvé les conditions précises sous lesquelles les trois formules subsistent, et les modifications qu'on doit leur faire subir pour les rendre rigoureuses, quand elles fournissent seulement des valeurs approchées des fonctions que l'on considère. Enfin, je suis parvenu à divers moyens d'établir directement ces formules. Tel est l'objet du présent Mémoire. Les résultats nouveaux qu'il renferme, et leur évidente utilité me donnent lieu d'espérer qu'il sera favorablement accueilli par les géomètres.

ANALYSE.

§ Ier. — *Recherche et démonstration des nouvelles formules.*

» Nommons $F(x)$ une fonction donnée de la variable x, et concevons que, pour des valeurs de x comprises entre certaines limites, le coefficient de x^m dans le développement de $F(x)$ en série ordonnée suivant les puissances entières, positives, nulle et négatives de x, soit représenté par A_m, en

sorte qu'on ait

$$(1)\qquad F(x) = \Sigma A_m x^m,$$

la somme qu'indique le signe Σ s'étendant à toutes les valeurs entières de m. Supposons d'ailleurs la fonction $F(x)$ décomposée en deux facteurs dont l'un se trouve représenté par $f(x)$, l'autre par $\varphi(\theta x)$, θ désignant une constante qui pourra se réduire à l'unité. Soit, en conséquence,

$$(2)\qquad F(x) = \varphi(\theta x)\, f(x),$$

et posons encore

$$(3)\qquad \varphi(x) = \Sigma k_m x^m, \quad f(x) = \Sigma a_m x^m,$$

les sommes qu'indique le signe Σ s'étendant toujours à toutes les valeurs entières, positives, nulle et négatives de m. On tirera de la formule (2), en désignant par n une valeur particulière de m,

$$(4)\qquad A_n = \ldots a_{-1} k_{n+1}\,\theta^{n+1} + a_0 k_n + a_1 k_{n-1}\,\theta^{n-1} + \ldots,$$

et l'on pourra encore présenter l'équation (4) sous l'une ou l'autre des deux formes

$$(5)\qquad A_n = \Sigma a_m k_{n-m}\,\theta^{n-m},$$

$$(6)\qquad A_n = \Sigma a_{-m}\, k_{n+m}\,\theta^{n+m}.$$

Or, de l'équation (6) on peut immédiatement déduire les trois nouvelles formules qui sont l'objet spécial de ce Mémoire, et dont l'une a été déjà obtenue dans la dernière séance, en opérant comme il suit.

» Considérons k_{n+m} comme fonction de m, et supposons que la fonction de x, représentée par k_{n+x}, reste continue avec sa dérivée pour tout module de x inférieur à $\pm m$. La formule de Taylor donnera

$$(7)\qquad k_{n+m} = k_n + \frac{m}{1} D_n k_n + \frac{m^2}{1.2} D_n^2 k_n + \ldots.$$

De plus, les deux équations

$$(8)\qquad k_{n+m} = k_n + \frac{m}{1}\Delta k_n + \frac{m(m-1)}{1.2}\Delta^2 k_n + \ldots,$$

$$(9)\qquad k_{n+m} = k_n + \frac{m}{1}\Delta k_{n-1} + \frac{m(m+1)}{1.2}\Delta^2 k_{n-2} + \ldots,$$

subsistent généralement l'une et l'autre pour toutes les valeurs de m qui permettent aux séries que ces équations renferment d'être convergentes. Cela posé, concevons que l'on combine l'équation (6) avec l'une des formules (7), (8), (9), et supposons que a_{-m} se réduise à zéro, pour toute valeur de m qui rend divergente la série comprise dans le second membre de la formule que l'on considère. On trouvera successivement

$$(10)\quad A_n = \theta^n \left[k_n \Sigma a_{-m} \theta^m + \frac{D_n k_n}{1} \Sigma m a_{-m} \theta^m + \frac{D_n^2 k_n}{1.2} \Sigma m^2 a_{-m} \theta^m + \ldots \right],$$

$$(11)\quad A_n = \theta^n \left[k_n \Sigma a_{-m} \theta^m + \frac{\Delta k_n}{1} \Sigma m a_{-m} \theta^m + \frac{\Delta^2 k_n}{1.2} \Sigma m(m-1) a_{-m} \theta^m + \ldots \right],$$

$$(12)\quad A_n = \theta^n \left[k_n \Sigma a_{-m} \theta^m + \frac{\Delta k_{n-1}}{1} \Sigma m a_{-m} \theta^m + \frac{\Delta^2 k_{n-2}}{1.2} \Sigma m(m+1) a_{-m} \theta^m + \ldots \right].$$

D'ailleurs, la seconde des équations (3) peut s'écrire comme il suit :

$$(13)\qquad f(x) = \Sigma a_{-m} x^{-m},$$

et de cette dernière on tire, non-seulement

$$(14)\qquad \Sigma m^n a_{-m} x^{-m} = (-1)^n f_n(x),$$

les fonctions

$$f(x), \quad f_1(x), \quad f_2(x), \ldots$$

étant déduites les unes des autres à l'aide de la formule

$$f_n(x) = x D_x f_{n-1}(x);$$

mais encore

$$\Sigma m(m+1)\ldots(m+n-1) a_{-m} x^{-m} = (-1)^n x^n D_x^n f(x),$$

ou, ce qui revient au même,

$$(15)\qquad \Sigma m(m+1)\ldots(m+n-1) a_{-m} x^{-m} = (-1)^n x^n f_n(x),$$

et de plus

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \Sigma a_{-m} x^m,$$

par conséquent

$$(16)\qquad \Sigma m(m-1)\ldots(m-n+1) a_{-m} x^m = x^n D_x^n f\left(\frac{1}{x}\right).$$

Si maintenant on pose $x = \theta^{-1}$ dans les formules (14), (15), et $x = \theta$ dans la formule (16), on trouvera

$$\Sigma m^n a_{-m} \theta^m = f_n(\theta^{-1}),$$
$$\Sigma m(m+1)\ldots(m+n-1) a_{-m} \theta^m = (-1)^n \theta^{-n} f_n(\theta^{-1}),$$
$$\Sigma m(m-1)\ldots(m-n+1) a_{-m} \theta^m = \theta^n D_\theta^n f(\theta^{-1}),$$

et par suite les équations (10), (11), (12) donneront

$$(17) \qquad A_n = \theta^n \left[k_n f(\theta^{-1}) - \frac{D_n k_n}{1} f_1(\theta^{-1}) + \frac{D_n^2 k_n}{1.2} f_2(\theta^{-1}) + \ldots \right],$$

$$(18) \qquad A_n = \theta^n \left[k_n f(\theta^{-1}) + \frac{\theta}{1} \Delta k_n D_\theta f(\theta^{-1}) + \frac{\theta^2}{1.2} \Delta^2 k_n D_\theta^2 f(\theta^{-1}) + \ldots \right],$$

$$(19) \qquad A_n = \theta^n \left[k_n f(\theta^{-1}) - \frac{\theta^{-1}}{1} \Delta k_{n-1} f'(\theta^{-1}) + \frac{\theta^{-2}}{1.2} \Delta^2 k_{n-2} f''(\theta^{-1}) - \ldots \right].$$

» Considérons spécialement le cas où le développement de $f(x)$ renferme seulement des puissances négatives de x. Dans ce cas, a_{-m} ne cessera d'être nul que pour des valeurs positives de m; et comme, pour de telles valeurs, la formule (8) se vérifie toujours, le second membre de cette formule étant alors réduit à un nombre fini de termes, on pourra compter sur l'exactitude de la formule (18).

» Si l'on suppose, en particulier,

$$\varphi(x) = (1-x)^{-s},$$

alors en faisant, pour abréger,

$$[s]_n = \frac{s(s+1)\ldots(s+n-1)}{1.2\ldots n},$$

on aura

$$k_n = [s]_n, \quad \Delta^m k_n = [s-m]_{n+m},$$

et l'on tirera de la formule (18)

$$(20) \; A_n = \theta^n \left\{ [s]_n f(\theta^{-1}) + [s-1]_{n+1} \frac{\theta}{1} D_\theta f(\theta^{-1}) + [s-2]_{n+2} \frac{\theta^2}{1.2} D_\theta^2 f(\theta^{-2}) + \ldots \right\},$$

ou, ce qui revient au même,

$$(21) \; A_n = [s]_n \theta^n \left\{ f(\theta^{-1}) + \frac{s-1}{n+1} \frac{\theta}{1} D_\theta f(\theta^{-1}) + \frac{(s-1)(s-2)}{(n+1)(n+2)} D_\theta^2 f(\theta^{-1}) + \ldots \right\}.$$

D'autre part, pour obtenir la valeur de A_n, représentée par une intégrale définie, il suffit généralement de poser

$$x = e^{p\sqrt{-1}}$$

dans la formule

(22)
$$A_n = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} x^{-n}\,F(x)\,dp,$$

et par suite, dans l'hypothèse admise, cette valeur deviendra

$$A_n = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} x^{-n}\frac{f(x)}{(1-\theta x)^s}\,dp.$$

Donc, lorsque le développement de f (x) renfermera seulement des puissances négatives de x, alors, en posant $x = e^{p\sqrt{-1}}$, on aura

(23)
$$\left\{\begin{aligned}&\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} x^{-n}\,\frac{f(x)}{(1-\theta x)^s}\,dp\\&= [s]_n\,\theta^n\left[f(\theta^{-1}) + \frac{s-1}{n+1}\,\frac{\theta}{1}\,D_\theta\, f(\theta^{-1}) + \frac{(s-1)(s-2)}{(n+1)(n+2)}\,\frac{\theta^2}{1.2}\,D_\theta\, f(\theta^{-1})\ldots\right].\end{aligned}\right.$$

Si dans cette dernière équation l'on posait

$$\theta = \alpha,\quad f(x) = \left(1-\frac{6}{x}\right)^{-t},$$

on obtiendrait la formule

(24)
$$\left\{\begin{aligned}&\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{x^{-n}}{(1-\alpha x)^s\left(1-\frac{6}{x}\right)^t}\,dp\\&= [s]_n\,\frac{\alpha^n}{(1-\alpha 6)^t}\left[1 + \frac{s-1}{n+1}\,\frac{t}{1}\,\frac{\alpha 6}{1-\alpha 6} + \frac{(s-1)(s-2)}{(n+1)(n+2)}\,\frac{t(t+1)}{1.2}\left(\frac{\alpha 6}{1-\alpha 6}\right)^2 + \ldots\right],\end{aligned}\right.$$

qui comprend elle-même, comme cas particulier, l'équation connue

(25)
$$\left\{\begin{aligned}&\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{\cos np}{(1-2\theta\cos p+\theta^2)^{-s}}\,dp =\\&[s]_n\,\frac{\theta^n}{(1-\theta^2)^s}\left\{1 + \frac{s}{1}\,\frac{s-1}{n+1}\,\frac{\theta^2}{1-\theta^2} + \frac{s(s+1)}{1.2}\,\frac{(s-1)(s-2)}{(n+1)(n+2)}\left(\frac{\theta^2}{1-\theta^2}\right)^2 + \ldots\right\}.\end{aligned}\right.$$

§ II. — *Des restes qui complètent les séries comprises dans les nouvelles formules, lorsque l'on arrête chaque série après un certain nombre de termes.*

» Les trois formules générales auxquelles nous sommes parvenus, c'est-à-dire les équations (17), (18) et (19) du § Ier, fournissent chacune la valeur de la fonction A_n représentée par la somme d'une série composée d'un nombre infini de termes. On peut demander quel est le reste qui doit compléter chaque série, quand on la suppose arrêtée après un certain terme. On résoudra aisément ce dernier problème, par une méthode qui donnera en même temps une démonstration nouvelle de chaque formule, en opérant comme il suit.

» Si, dans la formule (22) du § Ier, on substitue la valeur de $F(x)$ tirée de l'équation

$$F(x) = \varphi(\theta x)\,f(x),$$

on trouvera

$$(1) \qquad A_n = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} x^{-n}\varphi(\theta x)\,f(x)\,dp,$$

la valeur de x étant

$$x = e^{p\sqrt{-1}},$$

et θ désignant une constante que l'on pourra supposer non-seulement réelle, mais encore très-peu différente de l'unité, ou même réduite à l'unité. En conséquence, la valeur de θ pourra être supposée telle que la fonction

$$F(t) = \varphi(\theta t)\,f(t)$$

reste continue par rapport à t entre les limites

$$t = x, \quad t = \frac{x}{\theta}.$$

Admettons cette hypothèse. La valeur moyenne de la fonction

$$x^{-n}\varphi(\theta x)\,f(x)$$

qui, en vertu de l'équation (1), représente précisément le coefficient A_n, ne variera pas quand on y remplacera x par $\frac{x}{\theta}$. Elle sera donc équivalente à la

valeur moyenne de la fonction

$$\theta^n x^{-n} \varphi(x) \mathrm{f}\left(\frac{x}{\theta}\right);$$

de sorte qu'on aura encore

$$(2) \qquad A_n = \frac{\theta^n}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x^{-n} \varphi(x) \mathrm{f}\left(\frac{x}{\theta}\right) dp.$$

Cela posé, faisons, pour plus de commodité,

$$\mathrm{f}\left(\frac{x}{\theta}\right) = \psi(p).$$

En développant $\psi(p)$ suivant les puissances ascendantes et entières de p, on trouvera généralement

$$(3) \qquad \psi(p) = \psi(0) + \frac{p}{1}\psi'(0) + \ldots + \frac{p^{m-1}}{1.2\ldots(m-1)}\psi^{(m-1)}(0) + r_m,$$

r_m désignant un reste qui pourra être représenté par une intégrale définie simple. Ainsi, en particulier, pour déterminer r_n, on pourra recourir à l'une quelconque des deux formules

$$(4) \qquad r_m = \int_0^p \frac{(p-\alpha)^{m-1}}{1.2\ldots(m-1)} \psi^{(n)}(\alpha) d\alpha,$$

$$(5) \qquad r_m = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{p^m \psi(z)}{z^{m-1}(z-p)} d\alpha,$$

la valeur de z étant

$$z = \rho e^{\alpha\sqrt{-1}},$$

et ρ désignant un module supérieur à la valeur numérique de l'angle p. D'autre part, en différentiant plusieurs fois l'équation

$$\psi(p) = \mathrm{f}\left(\frac{x}{\theta}\right) = \mathrm{f}\left(\theta^{-1} e^{p\sqrt{-1}}\right),$$

et posant, pour abréger,

$$\mathrm{f}_1(x) = x \mathrm{D}_x \mathrm{f}(x), \quad \mathrm{f}_2(x) = x \mathrm{D}_x \mathrm{f}_1(x), \text{ etc.} \ldots,$$

on trouvera

$$\psi'(p) = \sqrt{-1}\,f_1(\theta^{-1}x),\quad \psi''(p) = (\sqrt{-1})^2 f_2(\theta^{-1}x),\ \text{etc}\ldots,$$

et, par suite, on aura généralement

$$\psi^{(m)}(p) = (\sqrt{-1})^m f_m(\theta^{-1}x),$$
$$\psi^{(m)}(0) = (\sqrt{-1})^m f_m(\theta^{-1}).$$

Donc l'équation (3) donnera

$$(6)\quad f\left(\frac{x}{\theta}\right) = f(\theta^{-1}) + \frac{p\sqrt{-1}}{1} f_1(\theta^{-1}) + \ldots + \frac{(p\sqrt{-1})^{m-1}}{1.2\ldots(m-1)} f_{m-1}(\theta^{-1}) + r_m.$$

Or, si l'on substitue la valeur précédente de $f\left(\frac{x}{\theta}\right)$ dans l'équation (2), alors, en posant, pour abréger,

$$(7)\qquad k_n = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} x^{-n}\varphi(x)\,dp,$$

on obtiendra la formule

$$(8)\begin{cases} A_n = \theta^n\left[k_n f(\theta^{-1}) - \frac{D_n k_n}{1} f_1(\theta^{-1}) + \ldots + (-1)^{m-1}\frac{D_n^{m-1}k_n}{1.2\ldots(m-1)} f_{m-1}(\theta^{-1})\right] \\ \qquad + R_m, \end{cases}$$

la valeur de R_m étant

$$(9)\qquad R_m = \frac{\theta^n}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} r_m x^{-n}\varphi(x)\,dp.$$

Si R_m décroît indéfiniment pour des valeurs croissantes de m, la formule (8) deviendra

$$(10)\qquad A_m = \theta^n\left[k_n f(\theta^{-1}) - \frac{D_n k_n}{1} f_1(\theta^{-1}) + \frac{D_n^2 k_n}{1.2} f_2(\theta^{-1}) - \ldots\right],$$

et l'on se trouvera ainsi ramené à l'équation (17) du § Ier. Mais cette équation cessera d'être exacte dans le cas contraire; et alors pour la rectifier, il suffira d'arrêter après un certain nombre m de termes, la série que renferme le se-

cond membre, puis d'ajouter à ce second membre le reste représenté par R_m. On peut observer que ce reste, déterminé par l'équation (9), se trouvera exprimé par une intégrale double, attendu que r_m se trouve déjà exprimé par une intégrale simple, en vertu de la formule (4) ou (5).

» Nous venons d'indiquer avec plus de précision que nous n'avions pu le faire dans le Mémoire présenté à la dernière séance, la condition sous laquelle la formule (10) est rigoureusement exacte. Cette condition est que le reste R_m devienne infiniment petit pour des valeurs infiniment grandes de m. Elle se trouve toujours remplie lorsque le reste r_m devient lui-même infiniment petit pour des valeurs infiniment grandes de m; par conséquent lorsque la fonction

$$\psi(p) = \mathrm{f}\left(\theta^{-1} e^{p\sqrt{-1}}\right)$$

est développable en série convergente ordonnée suivant les puissances ascendantes de p, pour tout module de p inférieur à π, ou, ce qui revient au même, lorsque pour tout module de p inférieur à π, l'expression

$$\mathrm{f}\left(\theta^{-1} e^{p\sqrt{-1}}\right)$$

reste fonction continue de p. Ces observations éclaircissent et rectifient ce qui pouvait demeurer obscur ou inexact dans les remarques faites à la page 1128, et nous ajouterons à ce sujet que la formule (5) de cette page ne doit pas être distinguée, comme elle nous avait paru devoir l'être au premier abord, du système des formules (4) [*ibidem*].

» Concevons maintenant qu'au lieu de développer la fonction

$$\mathrm{f}\left(\frac{x}{\theta}\right) = \mathrm{f}\left(\theta^{-1} e^{p\sqrt{-1}}\right)$$

suivant les puissances ascendantes de p, on pose dans cette fonction

$$\frac{x}{\theta} = \frac{1}{\theta} + t,$$

et qu'on la développe suivant les puissances ascendantes de t; alors on trouvera

$$(11)\qquad \mathrm{f}\left(\frac{x}{\theta}\right) = \mathrm{f}(\theta^{-1}) + \frac{t}{1}\mathrm{f}'(\theta^{-1}) + \ldots + \frac{t^{m-1}}{1.2\ldots(m-1)}\mathrm{f}^{(m-1)}(\theta^{-1}) + r_m,$$

le reste r_m pouvant être représenté par une intégrale définie simple, et en

particulier, par l'une quelconque de celles que renferment les deux formules

(12) $$r_m = \int_0^t \frac{(t-\alpha)^{m-1}}{1.2\ldots(m-1)} \mathrm{f}^{(m)}\left(\frac{1}{\theta}+\alpha\right) d\alpha,$$

(13) $$r_m = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \frac{t^m \mathrm{f}\left(\frac{1}{\theta}+z\right)}{z^{m-1}(z-t)} d\alpha,$$

dans lesquelles on aura encore

$$z = \rho e^{\alpha\sqrt{-1}},$$

le module ρ de z étant supérieur au module de t, et, de plus,

(14) $$t = \frac{x-1}{\theta}.$$

Si, d'ailleurs, on suppose la valeur de R_m toujours liée à celle de r_m par la formule (9), alors, en ayant égard aux équations (7) et (14), on tirera des formules (2) et (11)

(15) $$\begin{cases} A_n = \theta^n\left[k_n \mathrm{f}\left(\frac{1}{\theta}\right) - \frac{\theta^{-1}}{1}\Delta k_{n-1}\mathrm{f}'\left(\frac{1}{\theta}\right) + \ldots + (-1)^{m-1}\frac{\theta^{-m+1}}{1.2\ldots(m-1)}\Delta^m k_{n-m+1}\mathrm{f}^{(m-1)}\left(\frac{1}{\theta}\right)\right] \\ \quad + R_m. \end{cases}$$

Si le reste R_m devient infiniment petit pour des valeurs infiniment grandes de m, l'équation (15), réduite à la formule (19) du § Ier, deviendra

(16) $$A_n = \theta^n\left[k_n \mathrm{f}(\theta^{-1}) - \frac{\theta^{-2}}{1}\Delta k_{n-1}\mathrm{f}'(\theta^{-1}) + \frac{\theta^{-2}}{1.2}\Delta^2 k_{n-2}\mathrm{f}''(\theta^{-1}) - \ldots\right].$$

Cette dernière sera donc vérifiée lorsque la fonction

$$\mathrm{f}\left(\theta^{-1}e^{p\sqrt{-1}}\right)$$

sera développable, pour tout module de p inférieur à π, suivant les puissances ascendantes de la variable

$$t = \frac{e^{p\sqrt{-1}}-1}{\theta}.$$

» Supposons enfin que, dans la fonction

$$f\left(\frac{x}{\theta}\right),$$

on pose

$$\frac{\theta}{x} = \theta + t,$$

par conséquent

$$\frac{x}{\theta} = \frac{1}{\theta + t};$$

et que l'on développe

$$f\left(\frac{1}{\theta + t}\right)$$

suivant les puissances ascendantes de t. Alors on trouvera

$$(17)\quad f\left(\frac{x}{\theta}\right) = f(\theta^{-1}) + \frac{t}{1} D_\theta f(\theta^{-1}) + \ldots + \frac{t^{m-1}}{1.2\ldots(m-1)} D_\theta^{m-1} f(\theta^{-1}) + r_m,$$

le reste r_m pouvant être représenté par une intégrale définie simple, et en particulier par l'une de celles que renferment les formules

$$(18)\qquad r_m = \int_0^t \frac{(t-\alpha)^{m-1}}{1.2\ldots(m-1)} D_\theta^m f\left(\frac{1}{\theta+\alpha}\right) d\alpha,$$

$$(19)\qquad r_m = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{t^m f\left(\frac{1}{\theta + z}\right)}{z^{m-1}(z-t)} d\alpha,$$

dans lesquelles on aura encore

$$z = \rho e^{\alpha\sqrt{-1}},$$

le module ρ de z étant supérieur au module de t, et, de plus,

$$(20)\qquad t = \theta(1 - x^{-1}).$$

Si d'ailleurs on suppose la valeur de R_m toujours liée à celle de r_m par la formule (9), alors en ayant égard aux équations (7) et (20), on tirera des for-

mules (2) et (17)

$$(21)\left\{\begin{aligned} A_m = \theta^n \Big[k_n f(\theta^{-1}) + \frac{\theta}{1} \Delta k_n D_\theta f(\theta^{-1}) + \ldots + \frac{\theta^{m-1}}{1.2\ldots(m-1)} \Delta^{m-1} k_n D_\theta^{m-1} f(\theta^{-1}) \Big] \\ + R_m. \end{aligned}\right.$$

Si le reste R_m devient infiniment petit pour des valeurs infiniment grandes de m, l'équation (21), réduite à la formule (18) du § Ier, deviendra

$$(22)\quad A_n = \theta^n \Big[k_n f(\theta^{-1}) + \frac{\theta}{1} \Delta k_n D_\theta f(\theta^{-1}) + \frac{\theta^2}{1.2} \Delta^2 k_n D_\theta^2 f(\theta^{-1}) + \ldots \Big].$$

Cette dernière sera donc vérifiée, lorsque la fonction

$$f\left(\theta^{-1} e^{p\sqrt{-1}}\right)$$

sera développable, pour tout module de p inférieur à π, suivant les puissances ascendantes de la variable

$$t = \theta\left(1 - e^{-p\sqrt{-1}}\right). »$$

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

CHIRURGIE. — *Mémoire sur l'entérotomie de l'intestin grêle, dans les cas d'oblitération de cet organe; par* M. **J.-G** MAISONNEUVE. (Extrait par l'auteur.)

(Commission précédemment nommée.)

« Les nombreuses variétés d'oblitération de l'intestin grêle peuvent être divisées en trois grandes classes, que je distinguerai sous les noms d'oblitération par *obstruction*, par *rétrécissement*, par *étranglement*. La première catégorie comprend deux variétés principales : obstruction par corps étrangers, obstruction par invagination. Les corps étrangers que l'on a rencontrés obstruant l'intestin grêle sont : des noyaux de fruits, des matières fécales, des calculs biliaires. La deuxième catégorie comprend les rétrécissements congénitaux, les rétrécissements dus à une forte constriction, à un sphacèle de l'intestin, à une contusion, à des ulcérations, aux dégénérescences diverses des parois de l'organe. La troisième catégorie comprend les étranglements herniaires profonds, les étranglements par des brides intérieures,

fibreuses ou cellulaires, par un nœud de l'intestin, par un trou de l'épiploon, par un anneau anormal du péritoine, par un trou du mésentère, par l'appendice cœcal, par une diverticule de l'iléum.

» Les symptômes qui résultent de ces obstructions diverses sont, 1° une constipation opiniâtre; 2° des coliques violentes; 3° la tension de l'abdomen; 4° la tuméfaction des circonvolutions intestinales, des hoquets, des nausées, des vomissements, l'anxiété, l'altération du pouls, qui devient petit et serré; l'altération des traits, les sueurs froides, etc. La marche de ces accidents présente de nombreuses variétés, suivant la cause de l'oblitération et certaines prédispositions individuelles.

» *Diagnostic*. — En général, l'existence de l'oblitération intestinale est facile à constater; il est plus difficile de déterminer son siége et d'établir l'existence ou la non-existence de la péritonite. L'examen attentif du mode de distension du ventre, de la saillie des circonvolutions, de la marche des symptômes, du siége de la douleur, les lavements administrés avec certaines précautions, peuvent cependant permettre, dans la plupart des cas, d'établir un diagnostic précis.

» *Pronostic*. — La mort est la terminaison presque constante de l'oblitération intestinale; elle est due au trouble des fonctions digestives, et surtout à l'inflammation du péritoine. Dans quelques cas, rares cependant, la guérison peut survenir par les seules forces de l'organisme. Cette terminaison favorable peut être obtenue de deux manières: 1° par la disparition de l'obstacle mécanique, alors, par exemple, que l'intestin renversé dans les volvules se gangrène et est éliminé par la partie inférieure, lorsque le corps étranger est dissous et expulsé; 2° par le sphacèle et l'ouverture spontanée de l'intestin à l'extérieur, ainsi qu'il en existe des exemples à la suite de l'opération de la hernie étranglée.

» Les ressources opératoires employées contre les obstructions intestinales consistent en deux méthodes, le débridement et l'entérotomie. La première, dont on rapporte l'honneur à Franco, est, depuis cet auteur, appliquée à la cure des étranglements herniaires, et doit être regardée comme l'une des plus utiles conquêtes de la chirurgie. Barbette, et après lui Fagès, ont vainement essayé d'appliquer cette méthode, sous le nom de *gastrotomie*, aux autres variétés d'oblitération. Elle a été proscrite par l'Académie de Chirurgie, et définitivement rayée du cadre chirurgical. La deuxième opération a été proposée par Littre, en 1710, pour le cas d'imperforation de l'anus; utilement modifiée par Callisen, elle a été reprise par M. Amussat,

qui l'a popularisée sous le nom d'*entérotomie lombaire*, et en a fait l'application à tous les cas d'oblitération du gros intestin.

» D'après les conseils de Louis, un chirurgien nommé Renault fit une application heureuse de l'entérotomie à un cas d'obstruction de l'intestin grêle. Ce fait resta complétement ignoré des auteurs modernes, et, dans l'état actuel de la science, il n'y a vraiment de ressources dans la chirurgie que pour les étranglements herniaires, ou bien les obstructions du gros intestin. Toutes les autres variétés d'oblitération de l'intestin grêle sont considérées comme absolument au-dessus du pouvoir de l'art. Pour combler cette lacune, je propose, sous le nom d'*entérotomie de l'intestin grêle*, deux méthodes opératoires. La première, dérivée de l'idée de Littre pour les cas d'oblitération du rectum, a pour but l'établissement d'un anus artificiel. La seconde, dont l'idée fondamentale me paraît entièrement neuve, consiste dans l'anastomose latérale de deux anses d'intestin placées l'une au-dessus de l'autre, et qui appartiennent, l'une à la partie du tube située au-dessus de l'obstacle, l'autre à la partie située au-dessous.

» *Première méthode. — Établissement d'un anus artificiel.* — Cette opération consiste à pénétrer dans l'abdomen, au moyen d'une ouverture faite à ses parois, à rechercher une des anses d'intestin placées au-dessus de l'obstacle, à l'ouvrir, et à favoriser le libre écoulement des matières au dehors. Le point le plus favorable pour l'opération est la région iliaque, au niveau de la partie antérieure du cœcum, sur le trajet d'une ligne parallèle au ligament de Fallope et dont le milieu croise la ligne bis-iliaque, à 4 centimètres au devant de l'épine iliaque antérieure et supérieure. Dans ce point, en effet, il est facile de trouver les circonvolutions intestinales distendues, on a moins de chances de rencontrer les anses voisines de l'estomac, et l'anus artificiel est moins incommode que sur la partie antérieure et moyenne de l'abdomen.

» Comme exécution, cette méthode opératoire ne présente pas de difficultés sérieuses; sous ce rapport elle est loin de ressembler à la gastrotomie, qui consistait à pénétrer dans le ventre, pour aller à la recherche d'un obstacle le plus souvent inconnu et indestructible. Elle s'applique indifféremment à tous les cas d'obstruction de l'intestin grêle, quels qu'en soient le siége, la nature, le degré de curabilité. Les diverses conditions de l'obstacle n'influent nullement sur la manœuvre, qui peut être ainsi parfaitement régularisée.

» Comme dangers, elle appartient certainement à la classe des opérations graves, mais elle n'a rien de plus redoutable que l'opération de la hernie étranglée.

» Le résultat immédiat de l'opération est d'ouvrir aux matières intestinales

une libre voie d'écoulement, d'où la cessation des phénomènes d'obstruction. Cet écoulement se fait, il est vrai, par un anus artificiel, mais cette infirmité peut disparaître plus tard si l'obstacle mécanique au cours des matières vient lui-même à céder.

» *Seconde méthode. — Anastomose latérale d'une anse intestinale supérieure à l'obstacle avec une anse inférieure.* — L'exposé de cette deuxième méthode fera l'objet d'un autre Mémoire que je me propose de présenter prochainement à l'Académie.

Conclusions.

» 1°. Les nombreuses variétés d'oblitération de l'intestin grêle ne doivent plus être considérées comme au-dessus des ressources de l'art.

» 2°. L'entérotomie constitue une ressource précieuse contre ces affections.

» 3°. Elle peut être appliquée, avec des chances raisonnables de succès, dans tous les cas où l'oblitération n'est point encore compliquée de péritonite générale.

» 4°. Cette opération mérite de prendre rang dans la science, à côté de l'opération de la hernie étranglée et de l'entérotomie du gros intestin. »

PHYSIOLOGIE. — *De l'influence générale des sécrétions sur l'économie animale; par* M. MARTINI (du Wurtemberg).

(Commissaires, MM. Serres, Pelouze, Andral, Rayer.)

« Il est, dit M. Martini, un fait dont la physiologie a, jusqu'à présent, trop peu tenu compte, c'est l'action qu'exercent les fluides sécrétés et excrétés sur le corps de l'homme et des animaux supérieurs. A peu d'exceptions près, cette influence passe encore aujourd'hui inaperçue. Ceux mêmes qui reconnaissent que les liquides en question peuvent produire des inflammations et de la fièvre, loin d'y voir la cause immédiate des désordres survenus dans l'économie animale, s'obstinent à les regarder comme des causes purement accidentelles.... Nul ne songe à mettre en doute l'influence pernicieuse de l'urine, parce que ce fluide est une matière excrémentitielle de l'organisme qui renferme des principes délétères; mais on conteste cette même propriété aux sucs gastrique et entérique, aux larmes, ainsi qu'aux fluides sécrétés par la muqueuse pulmonaire, qui ne sont pas, il est vrai, des substances excrémentitielles, mais qui remplissent des fonctions organiques dans l'intérieur du corps. »

L'auteur, après s'être attaché, dans son Introduction, à discuter la marche

qu'il convient de suivre dans des recherches entreprises pour combler la lacune signalée, examine, dans autant de chapitres distincts, l'influence de l'*urine* sur les tissus animaux vivants et en particulier sur ceux de l'homme, celle du *suc gastrique* et du suc *entérique*, celle de la *salive*, de la *bile*, des diverses *sécrétions des voies aériennes*, de la *synovie*, du *lait*, enfin, du *fluide lacrymal*. Ce dernier chapitre forme à lui seul près de la moitié du travail très-étendu de M. Martini.

M. **Philippar**, professeur de culture, présente une Collection et un Catalogue méthodique de 620 espèces ou variétés de *céréales*.

Cette Collection comprend :

483 variétés de blés froment,
11 variétés de seigles,
40 variétés d'orges,
63 variétés d'avoines,
23 variétés de millets.

Cet envoi doit être suivi de la présentation d'une série de Mémoires sur les céréales.

(Renvoi à la Section d'Économie rurale.)

M. **Dubois**, d'Amiens, adresse une Note en réponse à celle qu'avait adressée M. Poiseuille, dans l'avant-dernière séance, touchant un point débattu entre ces deux physiologistes, dans l'histoire de la *circulation veineuse*.

(Renvoi à la Commission de Physiologie expérimentale.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de la Guerre** accuse réception de la copie qui lui a été adressée, par ordre de l'Académie, d'un *Rapport fait le 28 octobre dernier, sur les travaux et essais de culture exécutés en* 1842 *et* 1843, *par* M. Hardy, *à la pépinière centrale du Gouvernement à Alger.*

« L'appréciation que l'Académie des Sciences vient de faire des résultats obtenus et des essais tentés, est considérée par moi, dit M. le Ministre, comme fort encourageante. Je mettrai à profit les renseignements et les indications que renferme ce Rapport, et je m'en prévaudrai pour donner

une nouvelle impulsion à tous les essais de culture qui pourraient être entrepris en Algérie. »

M. Murchison, nommé, il y a quelques mois, à une place de correspondant pour la Section de Géologie, remercie l'Académie de cette nomination qu'il n'a apprise qu'à son retour d'un voyage scientifique dans le nord de l'Europe.

M. Dujardin, qui se présente comme candidat pour la place vacante dans la Section de Zoologie, déclare que dans le cas où l'Académie l'honorerait de ses suffrages, il renoncerait aux fonctions qui pourraient l'obliger à résider hors de Paris.

M. le Ministre de l'intérieur du Royaume de Belgique adresse un exemplaire du volume statistique renfermant *le mouvement de l'état civil pendant l'année* 1842, lequel vient d'être publié par son département. (*Voir* au *Bulletin bibliographique.*)

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la nature électrique des trombes.* (Lettre de M. Peltier.)

« La trombe qui a ravagé la ville de Cette, le 22 octobre dernier, rappelle les désastres de celle du 18 juin 1839, dans la commune de Chatenay. Dans l'une comme dans l'autre circonstance, les effets sont complétement inexplicables, si l'on veut recourir aux tourbillons produits par la rencontre des vents contraires. Dans l'une comme dans l'autre localité, la puissance qui arrache les arbres et les transporte au loin, au lieu de les abattre; qui enlève les toits et en porte les débris à plusieurs centaines de mètres, quelquefois même contre la direction du vent, comme j'en cite des exemples dans mon *Traité des Trombes;* cette puissance qui agit dans les appartements fermés, qui en fait sauter le carrelage ou le parquet, qui perce les vitres sans les étoiler; cette puissance qui ne se fait sentir que le long d'une lisière étroite, au delà de laquelle on retrouve le calme, ou au delà de laquelle un léger vent se fait à peine sentir; cette puissance, disons-nous, ne peut être l'effet de vents violents et opposés, dont le choc persistant ferait tourbillonner le point de rencontre.

» Ces courants opposés dans la même couche d'air, sont physiquement impossibles; ils se superposent, mais ils ne peuvent jamais s'affronter d'une

manière durable; toutes les hypothèses qui s'appuient sur la rencontre opposée des vents ne peuvent se soutenir devant l'observation; on prend alors un des effets pour la cause.

» On a vu à Chatenay M. Dutour sur son belvéder, comme on a vu à Cette M. l'abbé Cros, sur son clocher, assister à la formation du météore, à sa marche, à ses effets destructeurs dans une zone limitée, sans danger pour eux jusqu'au moment où, par sa progression, il les ait enveloppés dans sa sphère d'activité. Nous pouvons citer un exemple plus probant encore; c'est celui de la trombe du 19 juin 1794, à Northford, dans le Connecticut, qui renversait une grange jusqu'en ses fondations, en présence du propriétaire placé sur le pas de sa porte, de l'autre côté du chemin, sans qu'il en ressentît rien. Il n'y a que l'électricité, et l'électricité à tension prodigieuse, qui puisse produire des effets aussi violents, dans des limites aussi restreintes, en laissant dans le calme les lieux environnants.

» Nous avons du reste démontré dans notre ouvrage, par de nombreuses citations et par des expériences directes, que ces violentes agitations aériennes dans un point circonscrit dérivent d'actions purement électriques. Depuis nous avons donné, dans des Mémoires spéciaux, l'explication de la haute tension électrique que peut acquérir un nuage, en faisant mieux connaître sa constitution intérieure, en démontrant l'*individualité* propre que chaque particule de vapeur conserve dans la coopération qu'elle apporte à la formation des premiers *flocons*, ainsi que l'*individualité* de ces flocons dans leur agglomération en masses moutonnées, et ainsi de suite jusqu'au plus gros *nimbus* qui possède une sphère électrique spéciale à sa périphérie.

» C'est de la tension individuelle de chacune de ses parties constituantes que ressort la tension statique d'un nuage sur les corps voisins, et non de la seule action de la sphère électrique générale qui enveloppe le nimbus. Cette dernière se décharge avec trop de facilité à l'approche des corps terrestres, et c'est elle seule, par son écoulement instantané, qui produit le sillon de feu que l'on nomme *éclair;* aucune des sphères individuelles intérieures ne coopère à cette décharge. L'équilibre étant rompu par cette décharge périphérique, elles reproduisent une nouvelle sphère d'électricité au nuage, par une nouvelle équilibration intérieure, et rendent ainsi une deuxième décharge possible, puis une troisième, jusqu'à ce qu'enfin leur atténuation ne puisse plus donner une charge suffisante à la périphérie.

» Dans sa lumineuse analyse, M. Arago a fait parfaitement ressortir, lundi dernier, que les effets bien constatés de la trombe de Cette ne pou-

vaient se comprendre sans l'intervention de l'électricité; une telle opinion est d'une haute valeur, et nous nous empressons de l'enregistrer.

» Avant de terminer, je crois devoir rappeler un fait d'une grande importance dans cette question, fait dont je n'ai pu tirer, en 1839, tout le parti qu'il comporte; c'est celui de la dessiccation presque complète de 850 pieds d'arbres qui furent clivés en lanières à Chatenay. Je déduisis du fait même, que ce clivage longitudinal ne pouvait provenir que de la vaporisation instantanée de la séve par un puissant courant électrique, et que ces troncs avaient cédé à la force élastique, dans le sens de leur moindre résistance, c'est-à-dire dans le sens de leur longueur. N'ayant été appelé sur les lieux qu'un mois après l'événement, on pouvait attribuer, au moins en partie, cette dessiccation à la haute température qui avait régné pendant ce mois, quoique cette haute température eût laissé en dehors l'explication du clivage. Mais l'analyse que je n'avais pu faire en temps opportun avait été faite par M. d'Arcet deux ou trois jours après ce désastre, ce que je n'appris qu'après la publication de mon Traité. Ce savant académicien me communiqua le résultat de son expérience, en présence de M. Gay-Lussac. « Les arbres sur pied, nous dit-il, possèdent de 36 à 44 pour 100 » d'eau ; ceux qui sont abattus depuis quatre ou cinq ans en con- » servent encore 24 à 25 pour 100, tandis que les troncs clivés de Cha- » tenay n'en contenaient plus que 7. » Ce résultat levait tous les doutes; ces arbres avaient eu la plus grande partie de leur séve réduite en vapeur élastique, et cette vaporisation instantanée ne pouvait provenir que d'un puissant courant électrique. Il n'y a pas de seconde explication possible.

» J'ai pensé que ces détails ne seraient pas dépourvus d'intérêt dans le moment actuel, et qu'il était utile de rappeler qu'on ne peut juger de tels météores que par une comparaison attentive des effets variés qu'ils présentent suivant les saisons et les localités; et qu'il faut aussi mettre en regard les effets semblables qui proviennent des nues purement orageuses, et ceux qui proviennent des expériences. »

MM. Lemasson et Dupré écrivent relativement à l'*emploi de l'oxyde de carbone comme moyen de désinfection et moyen de conservation des substances alimentaires, principalement des matières animales*. Les deux auteurs annoncent l'envoi prochain d'un Mémoire sur ce sujet.

M. Guyon adresse deux Notes concernant, l'une, un cas peu commun d'*hypospadias* observé sur le cadavre d'un jeune militaire mort à Alger au moi-

de septembre dernier; l'autre, un *vice de conformation offert par un Kabyle des montagnes de Dellis.*

Le Kabyle qui fait l'objet de cette dernière Note se faisait remarquer par une conformation particulière du crâne, mais surtout du maxillaire supérieur qui se prolongeait de 3 centimètres au moins au delà de l'implantation des dents. Les dents, dont plusieurs avaient été détruites par la carie, étaient très-serrées entre elles, implantées verticalement, mais déviées de manière à présenter un de leurs bords latéraux en dedans et l'autre en dehors; elles étaient, du reste, exactement en rapport avec celles du maxillaire inférieur.

Le nez était très-aplati, l'air y passait avec quelque difficulté et en faisant entendre un bruit semblable à celui qui accompagne la respiration dans le *coryza*.

Le sujet qui présentait cette difformité était d'une intelligence très-obtuse.

Les vices de conformation décrits par M. Guyon sont représentés dans deux figures jointes à ses Notes.

M. **Bonnafond** adresse une Note concernant quelques observations qu'il a faites dans le but de s'assurer de la rapidité avec laquelle disparaît la *sensibilité* dans le cas de mort par *décapitation*.

M. *Magendie* est invité à prendre connaissance de cette Note et à faire savoir à l'Académie si elle est de nature à devenir l'objet d'un Rapport.

M. le **Maire de la ville de Gerberoy** écrit relativement aux heureux résultats qui viennent d'être obtenus dans cette ville de l'application du *système hydraulique* de M. *A. Durand*.

« La ville de Gerberoy, bâtie sur une hauteur, n'avait eu jusqu'ici pour s'alimenter d'eau qu'un puits de 65 mètres de hauteur; le travail d'extraction était fort pénible; la population souffrait vivement de cet état de choses.

» Le Conseil municipal a fait placer sur l'Hôtel-de-Ville un moteur à voiles de M. Amédée Durand; à ce moteur se relie une pompe qui fournit l'eau à un réservoir spacieux, lequel alimente une fontaine publique. Le trop plein de ce réservoir s'échappe par un deuxième orifice, et devient une seconde fontaine.

» On sait que le moteur de M. Amédée Durand se distingue des moteurs à vent communément employés, en ce qu'il brave, pour ainsi dire, la violence des vents, par suite des changements de direction que, sous l'action

même du vent, ce moteur imprime à ses voiles, et de certaines dispositions ingénieuses qu'il serait ici superflu de rappeler. Nous avons pu faire à Gerberoy la vérification de ce fait caractéristique; nous avons éprouvé, dans ces jours derniers, une tempête qui a duré pendant près d'une semaine, et le moteur placé sur l'Hôtel-de-Ville s'est parfaitement comporté, bien qu'il fût livré à lui-même. Le trop plein a fonctionné avec abondance et la population est dans le ravissement. Nous avons la certitude maintenant que tous les habitants de Gerberoy, et tout leur bétail, seront alimentés d'eau par les nouvelles fontaines de la ville, sans travail aucun de la part des habitants, et à très-peu de frais, puisque la machine ne demande que quelques soins de temps à autre pour le graissage, à l'huile, des principaux points de frottement. »

M. **Ofterdinger** annonce l'envoi prochain des préparations anatomiques qu'il présente comme pièces à l'appui de communications qu'il a faites précédemment à l'Académie sur la *structure intime des organes*.

M. **Wattemare** écrit qu'il a été chargé par l'*Institut national des États-Unis* d'offrir à l'Académie des Sciences un exemplaire du « Rapport sur la géologie du Massachusetts, par M. *Hitchcock,* » et demande que l'Académie veuille bien comprendre cette institution dans le nombre des corps savants auxquels elle adresse ses publications.

(Renvoi à la Commission administrative.)

L'**Académie de Besançon** adresse un programme des prix qu'elle propose pour l'année 1845.

M. **Blanchard**, à l'occasion d'une Note récente de M. Duvernoy sur le système nerveux de certains Mollusques, écrit qu'il s'est occupé de recherches sur le même sujet, et prie l'Académie de vouloir bien accepter sous forme de *paquet cacheté* les résultats qu'il a obtenus.

Le dépôt est accepté.

A 4 heures et demie l'Académie se forme en comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Zoologie présente la liste suivante de candidats pour la place vacante par suite du décès de M. Geoffroy-Saint-Hilaire :

1°. M. Duvernoy,
2°. M. Valenciennes,
3°. M. Dujardin,
4°. M. Alc. d'Orbigny,
5°. M. Bibron,
6°. *ex æquo*, { M. Gervais,
M. Guérin-Méneville.

Les titres des Candidats sont discutés. L'élection aura lieu dans la séance prochaine. MM. les Membres de l'Académie en seront prévenus par lettres à domicile.

La séance est levée à 6 heures. F.

ERRATUM.

(Séance du 25 novembre 1844.)

Page 1180, lignes 23, 32, 35, etc., *au lieu de* M. Louyer, *lisez* M. Louyet.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans cette séance, les ouvrages dont voici les titres:

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences; 2e semestre 1844; n° 22; in-4°.

Annales de Chimie et de Physique; par MM. GAY-LUSSAC, ARAGO, CHEVREUL, DUMAS, PELOUZE, BOUSSINGAULT *et* REGNAULT; 3e série, tome XII, décembre 1844; in-8°.

Lettre à M. le comte de RAMBUTEAU *sur le degré de probabilité ou les chances de succès d'un Puits artésien modèle à forer dans la terre de Chamgrenon, près de Mâcon (Saône-et-Loire); par* M. le vicomte HÉRICART DE THURY; brochure in-8°.

Illustrationes Plantarum orientalium, *ou choix de Plantes nouvelles ou peu connues de l'Asie occidentale; par* M. le comte JAUBERT *et* M. ED. SPACH; 12e livr.; in-4°.

Rapport à l'appui du projet des Machines du Brandon, dressé en exécution d'une dépêche du 6 *août* 1842; *par* M. REECH. Paris, 1844; in-4°.

Mémoire sur les Machines à vapeur, et leur application à la Navigation; par le même. Paris, 1844; in-4°.

Atlas général des Phares et Fanaux à l'usage des navigateurs; par M. COULIER; *publié sous les auspices de* S. A. R. Mgr le prince DE JOINVILLE. Turquie; in-4°.

Annales médico-psychologiques; par MM. BAILLARGER, CERISE *et* LONGET; novembre 1844; in-8°.

Société charitable de Saint-Regis de Paris. — Recherches statistiques et résultats obtenus par la Société; par M. J. GOSSIN; broch. de 3 feuilles ½ in-4°.

Compte rendu, pour l'année 1843, *des résultats obtenus par la Société charitable de Saint-François-Regis de Paris, pour le mariage civil et religieux des pauvres du département de la Seine;* ½ feuille in-8°. (Cet ouvrage et le précédent sont adressés pour le concours du prix de Statistique.)

Archives historiques et littéraires du nord de la France et du midi de la Belgique; tome V; 1re livr. Valenciennes, 1844; in-8°.

Académie royale de Médecine. — Rapport présenté à M. le Ministre de l'Agriculture et du Commerce par l'Académie royale de Médecine, sur les Vaccinations pratiquées en France pendant l'année 1842; in-8°.

De la vie du Sang au point de vue des croyances populaires. Discours prononcé

à l'ouverture du Cours de Pathologie et de Thérapeutique; par M. D'AMADOR. Montpellier, 1844; in-8°.

Journal des Connaissances médicales pratiques; novembre 1844, in-8°; et *Table générale des Matières contenues dans les dix premiers volumes;* 1833-1843; in-8°.

Journal des Connaissances médico-chirurgicales; décembre 1844; in-8°.

Le Technologiste; décembre 1844; in-8°.

Encyclographie médicale; novembre 1844; in-8°.

Journal des Connaissances utiles; novembre 1844; in-8°.

Ouvrages et Mémoires publiés par M. DUJARDIN, professeur de Zoologie à la Faculté des Sciences de Rennes. 1 feuille in-4°.

A MM. les membres de la Section d'Anatomie et de Zoologie de l'Académie royale des Sciences; Lettre par M. GUÉRIN-MÉNEVILLE; $\frac{1}{2}$ feuille in-8°.

Carte géologique du royaume de Danemark; 2 feuilles.

Second Annuaire de la Mortalité genevoise. — Tableau général des Décès du canton de Genève en 1843; 1 feuille.

Statistique de la Belgique. — Population. — Mouvement de l'état civil pendant l'année 1842, *publié par* M. le Ministre de l'Intérieur. Bruxelles; in-fol.

Mémoires couronnés et Mémoires des Savants étrangers, publiés par l'Académie royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles; tome XVI. Bruxelles, 1844; in-4°.

Recherches statistiques, par M. QUETELET. Bruxelles, 1844; in-4°.

Résumé des Observations magnétiques et météorologiques faites à des époques déterminées; par le même; in-4°. (Extrait du tome XVIII des *Mémoires de l'Académie royale de Bruxelles.*)

Observations des Phénomènes périodiques; par le même. (Extrait du t. XVII des *Mémoires de l'Académie royale de Bruxelles.*)

Annales de l'Observatoire royal de Bruxelles, publiées par le même; t. III; in-4°.

De la nature de l'Eau régale, de l'Acide hypoazotique considéré comme oxydant, de la constitution de cet acide, et du rôle qu'il joue à l'égard des corps organiques; par M. KOENE; broch. in-8°.

Note pratique et historique sur l'opération de la Pupille artificielle par iridectomédyalise; par M. JANS. Bruxelles, 1844; $\frac{1}{2}$ feuille in-8°.

Mémoires de l'Académie impériale des Sciences de Saint-Pétersbourg; 6e série. — *Sciences mathématiques, physiques et naturelles;* tome V, 1re partie. — *Sciences mathématiques et physiques;* tome III, 4e, 5e et 6e livr. in-4°; et tome IV, 1re livraison in-4°.

Mémoires de l'Académie impériale des Sciences de Saint-Pétersbourg, 6e série. — *Sciences politiques, Histoire, Philologie;* tome VI, 4e, 5e et 6e livraison ; et tome VII, 1re, 2e et 3e livraison ; in-4°.

Bulletin de la Classe physico-mathématique de l'Académie impériale des Sciences de Saint-Pétersbourg ; tome II, n°s 44-48; tome III, n°s 49-62 ; in-4°.

Bulletin de la Classe des Sciences historiques, philologiques et politiques de l'Académie impériale des Sciences de Saint-Pétersbourg ; tome I, n°s 20-24 ; et tome II, n°s 25-29.

Recueil des Actes de la Séance publique de l'Académie impériale des Sciences de Saint-Pétersbourg, tenue le 29 novembre 1843; in-4°.

Sur le coefficient constant dans l'aberration des Étoiles fixes, déduit des observations qui ont été exécutées à l'observatoire de Poulkova, par l'instrument des passages de Repsold, établi, dans le premier vertical, par M. STRUVE; in-4°.

Expédition chronométrique exécutée en 1843 entre Poulkova et Altona ; par le même; in-4°.

Détermination des Positions géographiques de Nowgorod, Moscou, Riazan, Lipetzk, Voronèse et Toula ; par le même; in-4°.

Resultate der... *Des opérations de Géodésie exécutées de 1816 à 1819 par* M. STRUVE *en Livonie*. Saint-Pétersbourg, 1844; in-4°.

Bestimung... *Détermination de la marche de la Comète découverte en 1839, d'après les observations faites à l'observatoire de Poulkova ; par* MM. C.-A.-F. PETERS *et* STRUVE. Saint-Pétersbourg, 1843 ; in-4°.

Resultate aur... *Résultat de l'observation de l'Étoile polaire au cercle vertical de l'observatoire de Poulkova ; par* M. C.-A.-F. PETERS. Saint-Pétersbourg, 1844; in-4°.

Final report... *Rapport définitif sur la géologie de l'État de Massachusetts, avec un Catalogue des échantillons de roches et de minéraux qui existent dans la collection de cet État; par* M. E. HITCHCOCK, géologue du Massachusetts. Northampton, 1841 ; in-4°.

Memoria... *Mémoire sur un Calorifère à circulation d'eau, disposé de manière à maintenir, sans l'intervention de l'homme, la température voulue dans le lieu où il est établi; par* MM. S. *et* G. TAVANI. Naples, 1844 ; in-8°.

Gazette médicale de Paris; n° 48; in-4°.

Gazette des Hôpitaux; n°s 138 à 140; in-fol.

L'Écho du Monde savant; n°s 40 et 41.